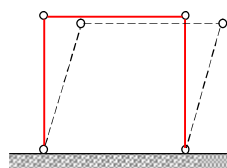


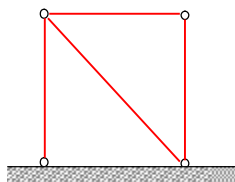
第2章 结构的几何构造分析

本章从几何构造的角度来讨论结构。

◆ 结构能否承受各种可能的荷载，取决于其几何构造的合理性。结构本身应是几何稳固的，并保持其几何形状不变，才能承受荷载。反之，如果结构体系是几何不稳固的，不能保持其几何形状不变，则其不能承受任意荷载。因此，从几何构造的角度看，结构应有合理的几何构造，应是一个几何形状不变的体系。



几何可变体系



几何不变体系

进行结构的几何构造分析的目的在于：

- (1) 判断杆件结构体系是否几何不变，能否作为结构使用；
- (2) 研究几何不变体系的构造和组成规律，以确保所设计的结构其几何构造合理；
- (3) 根据结构的几何构造，确定结构是静定还是超静定的，以便选择相应的计算方法。

平面体系几何构造分析采用的方法

- (1) 经典方法：按规律分析、按计算自由度分析、零载法
- (2) 计算机方法



- 几何构造分析的几个概念
- 平面几何不变体系的组成规律
- 平面杆件体系的计算自由度

§ 2-1 几何构造分析的几个概念

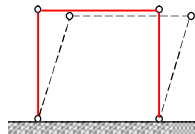
一. 几何可变体系和几何不变体系

(1) **几何可变体系**——在不考虑材料应变的条件下，结构体系的位置和形状是可以改变的；

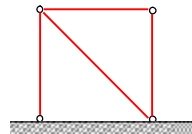
(2) **几何不变体系**——在不考虑材料应变的条件下，结构体系的位置和形状是不能改变的。

◆一般结构必须是几何不变体系。因为几何可变体系不能承受荷载，故不能用作结构。几何不变体系应满足两个条件：

①具有必要的约束数；②约束布置方式合理。



几何可变体系

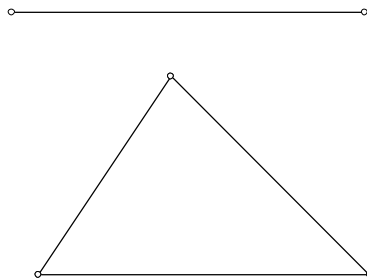


几何不变体系

二. 刚片

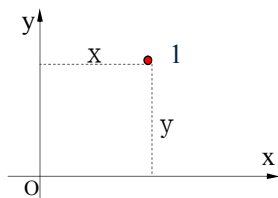
刚片 — 平面体系中几何形状不变的平面刚体。

在分析中，一根梁、一根链杆或已知是几何不变部分均可视为刚片。



三. 自由度

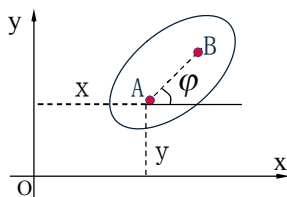
自由度 — 确定体系在平面内的位置所需的独立坐标的数目，即该体系运动时可以独立改变的坐标的数目。



点的自由度

1个点：2个自由度

n 个点： $2n$ 个自由度



刚片的自由度

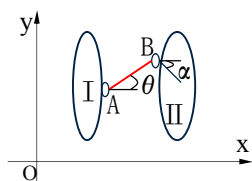
1个刚片：3个自由度

n 个刚片： $3n$ 个自由度

四. 约束

约束 — 指限制结构体系运动以减少体系自由度的装置。

(1) **单链杆** — 一个链杆连接两个点



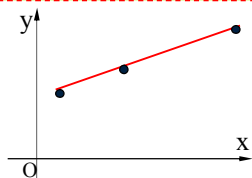
原来体系自由度为： $3 \times 2 = 6$

现在体系自由度为：5

体系减少自由度为：1

故1根链杆相当于1个约束。

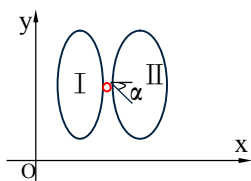
(2) **复链杆** — 一个链杆连接三个及三个以上点



1根复链杆连接3个点，体系减少自由度： $2 \times 3 - 3 = 3$

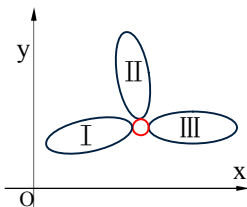
1根复链杆连接 n 个点，体系减少自由度： $2n - 3$ ；相当于 $2n - 3$ 根单链杆

(3) **单铰** — 一个铰连接两个刚片



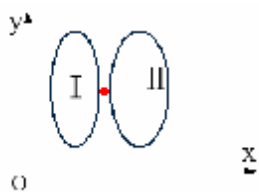
原来体系自由度为： $3 \times 2 = 6$
 现在体系自由度为：4
 体系减少自由度为：2
 所以1个单铰相当于2个约束。相当于2根单链杆

(4) **复铰** — 一个铰连接三个及三个以上刚片



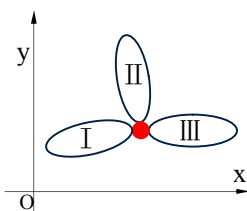
1个复铰连接3个刚片，体系减少自由度： $3 \times 3 - 5 = 4$
 1个复铰连接n个刚片，体系减少自由度： $3 \times n - (3 + n - 1) = 2(n - 1)$ ；相当于n-1个单铰。

(5) **单刚结点** — 一个刚结点连接两个刚片



原来体系自由度为： $3 \times 2 = 6$
 现在体系自由度为：3
 体系减少自由度为：3
 所以1个单刚结相当于3个约束；相当于3根单链杆。

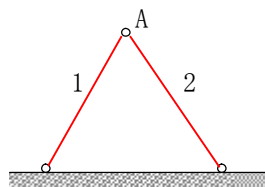
(6) **复刚结点** — 一个刚结点连接三个及三个以上刚片



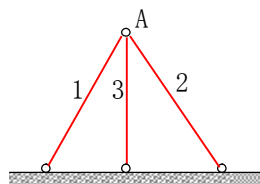
1个复刚结连接3个刚片，体系减少自由度： $3 \times 3 - 3 = 6$
 1个复刚结连接n个刚片，体系减少自由度： $3 \times n - 3 = 3(n - 1)$ ；相当于n-1个单刚结。

五. 必要约束与多余约束

- (1) **必要约束**—保证结构体系几何不变所**必须**具有的约束。
- (2) **多余约束**—结构体系中增加或减少此约束，体系的自由度并不因此而改变。



无多余约束的几何不变体系



一个多余约束的几何不变体系



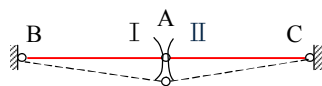
链杆1、2、3为必要约束



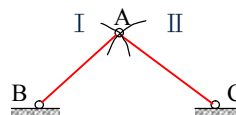
链杆1或4为多余约束

六. 瞬变体系

瞬变体系—本来是几何可变、经微小位移后成为几何不变的体系



体系1

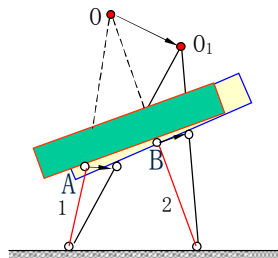


体系2

在体系1中，链杆1上的A点可绕B点沿圆弧 I 运动，链杆2上的A点可绕C点沿圆弧 II 运动。两个链杆在A点铰结在一起，由于两个圆弧在A点相切，故A点仍可沿公切线方向作微小的运动。当A点沿公切线发生微小位移后，两根链杆就不再彼此共线，因而体系也不再是可变体系。瞬变体系是可变体系的一种特例。

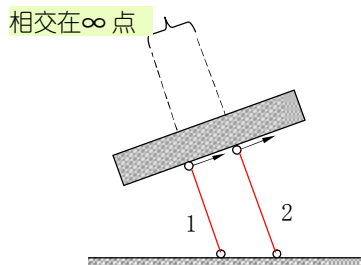
在体系2中，由于两个圆弧在A点不是相切而是相交，因此A点既不能沿圆弧 I 运动，也不能沿圆弧 II 运动，A点已被完全固定了。

七. 瞬铰（虚铰）



刚片用两根不平行的链杆1和2把它与基础相连接，由于链杆的约束作用，A点的微小位移应与链杆1垂直，B点的微小位移应与链杆2垂直。以O表示两根链杆轴线的交点。显然，刚片可以发生以O为中心的微小转动，O点称为瞬时转动中心。刚片的瞬时运动情况与刚片在O点用铰与基础相连接时的运动情况完全相同。从瞬时微小运动来看，两根链杆所起的约束作用相当于在链杆交点处的一个铰所起的约束作用。在体系运动的过程中，与两根链杆相对应的瞬铰位置也随着在改变，这个铰可称为瞬铰，也称虚铰。

八. 无穷远处的瞬铰



◆如果用两根平行的链杆1和2把刚片与基础相连接，则两根链杆的交点在无穷远处。因此，两根链杆所起的约束作用相当于无穷远处的瞬铰所起的约束作用。由于瞬铰在无穷远处，因此绕瞬铰的微小转动就退化为平动，即沿两根链杆的正交方向产生平动

◆ ∞ 点和 ∞ 线的四点结论：

- (1) 每个方向有一个 ∞ 点(即该方向各平行线的交点)。
- (2) 不同方向有不同的 ∞ 点。
- (3) 各 ∞ 点都在同一直线上，此直线称为 ∞ 线。
- (4) 各有限点都不在 ∞ 线上。

九. 平面杆件体系的分类

(1) 几何不变体系 (能应用于实际工程)

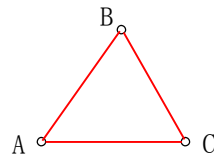
- 1) 无多余约束: 为静定结构
- 2) 有多余约束: 为超静定结构

(2) 几何可变体系 (不能应用于实际工程)

- 1) 常变体系
- 2) 瞬变体系

§ 2-2 平面几何不变体系的组成规律

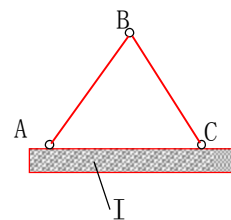
在平面体系的几何构造分析中, 最基本的规律是**三角形规律**。几何构造分析中的主要问题是无多余约束的几何不变体系的组成(构造)规律。先讨论平面杆件体系最基本的组成规律。



1. 一个点与一个刚片之间的联结方式

◆ 规律 1 一个刚片与一个点用两根链杆相连, 且三个铰不在一直线上, 则组成几何不变的体系, 并且没有多余约束。

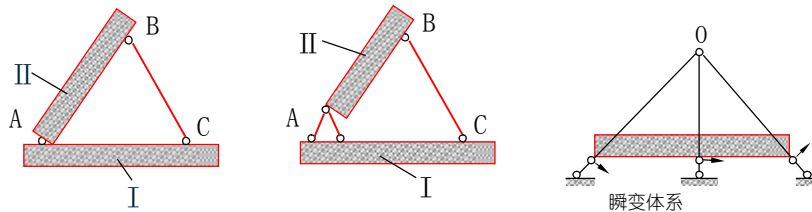
◆ 把两根不共线的链杆联结一个新结点的装置称为**二元体**。增加或减少二元体并不改变原体系的几何组成性质。



2. 两个刚片之间的联结方式

◆规律 2 两个刚片用一个铰和一根链杆相联结，且它们不在一直线上，则组成几何不变的体系，并且没有多余约束。

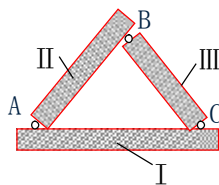
◆规律4 两个刚片用三根链杆相连，且三链杆不平行也不交于同一点，则组成几何不变的体系，并且没有多余约束。



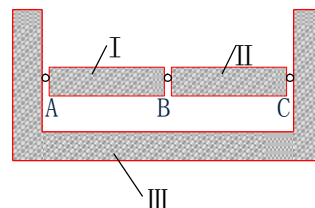
3. 三个刚片之间的联结方式

◆规律 3 三个刚片用三个铰(实铰或虚铰)两两相连，且三个铰不在一直线上，则组成几何不变的体系，且没有多余约束。

◆规律 5 三个刚片用在一直线上的三个铰(实铰或虚铰)两两相连，则组成几何瞬变体系。



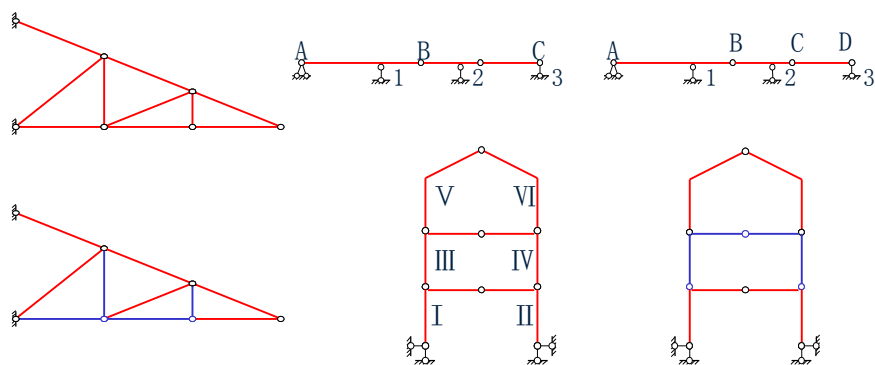
无多余约束的几何不变体系



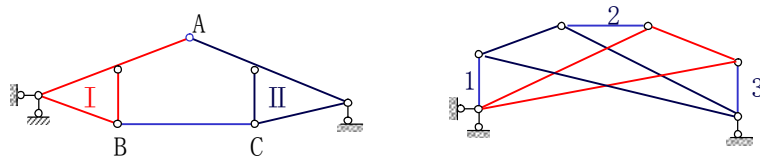
瞬变体系

◆ 装配的过程通常有两种：

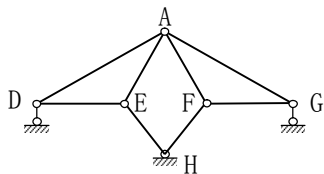
(1) **从基础出发进行装配**——先取基础作为基本刚片，将周围某个部件(一个结点，一个刚片或两个刚片)按照基本装配格式固定在基本刚片上，形成一个扩大的基本刚片。然后，由近及远、由小到大、逐个按照基本装配格式进行装配，直至形成整个体系。



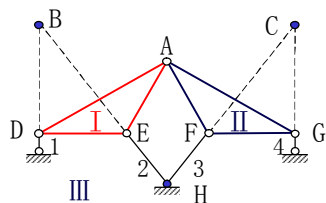
(2) **从内部刚片出发进行装配**——先在体系内部选取一个或几个刚片作为基本刚片，将其周围的部件按照基本装配格式进行装配，形成一个或几个扩大的基本刚片。最后，将扩大的基本刚片再与地基装配起来，从而形成整个体系。



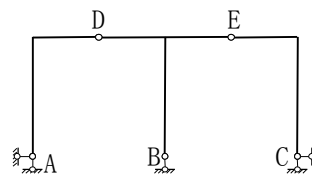
【例2.1】 试分析图示体系的几何构造



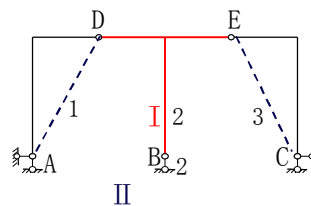
解:



刚片 I、II、III 由不共线的三铰相连，所以体系为无多余约束的几何不变体。

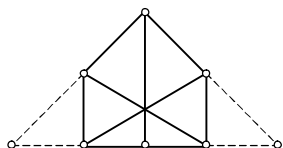


解:

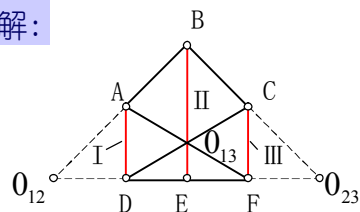


刚片 I、II 由延长线交于一点的三链杆 1、2、3 相连，所以体系为瞬变体系。

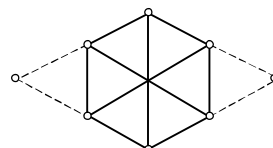
【例2.2】 试分析图示体系的几何构造



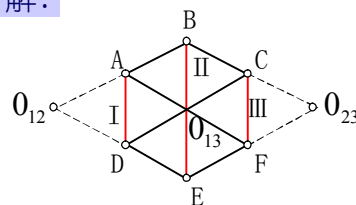
解:



刚片 I、II、III 由不共线的三铰相连，所以体系内部为无多余约束的几何不变体。

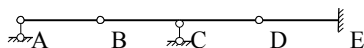


解:

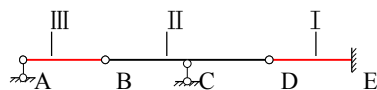


刚片 I、II、III 由共线的三铰相连，所以体系内部为瞬变体系。

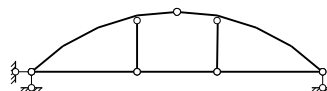
【例2.3】 试分析图示体系的几何构造



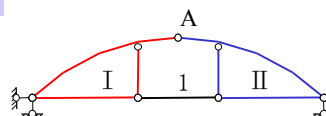
解:



刚片 I、II 由不共线的铰D和链杆C相连组成大刚片 I，同理大刚片 I、刚片 III 也由不共线的铰B和链杆A相连，所以体系为无多余约束的几何不变体。

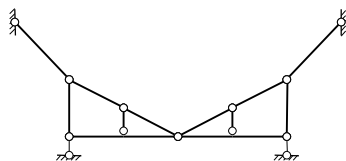


解:

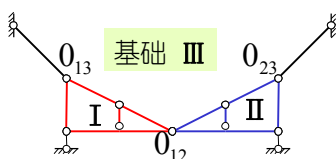


刚片 I、II 由不共线的铰A和链杆1相连组成大刚片 I，同理大刚片 I、基础也由不共线的一铰和一链杆相连，所以体系为无多余约束的几何不变体。

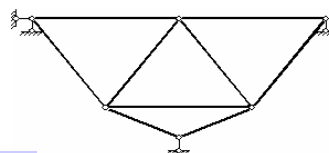
【例2.4】 试分析图示体系的几何构造



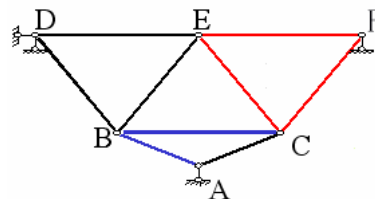
解:



刚片 I、II、III 由不共线的三铰相连，所以体系为无多余约束的几何不变体。



解:



刚片 ABCDEF 由铰D和链杆F相连，组成几何不变体系，所以体系为有多余约束（链杆A或F）体系。

◆通过以上几个例题，可以归纳出以下几点：

(1) 体系通常是由多个构造单元逐步形成的，即从第一个构造单元开始，然后按照某种顺序，把其他构造单元逐个地装配起来。在构造分析中，通常先找出一个几何不变的部分作为第一个构造单元，然后在其基础上扩大、装配，把由构造单元到体系的装配过程分析清楚。

(2) 要注意约束的等效替换。例如，联系两个刚片的两根链杆可用相应的瞬铰来替换，或复杂形状的联结杆可用直线链杆来替换。

(3) 有的体系只有一种装配方式，有的体系却有几种装配方式，还有一些结构体系的几何构造比较复杂，需要采用其它的构造方式装配。